LES PROBABILITATS EN ELS JUTJATS. EL CAS DEL POBLE CONTRA ELS COLLINS.

JAUME SUÑER

La història de la humanitat és plena d'exemples curiosos on s'ha aplicat el càlcul de probabilitats de manera més o menys acurada. La publicitat enganyosa n'és un bon exemple: si ens diuen que 9 de cada 10 estrelles de cinema utilitzen un determinat sabó, tendim a pensar que si utilitzam aquest sabó, serem com estrelles de cinema; és a dir, que la probabilitat condicionada d'esser estrella de cinema, sabent que feim servir aquest tipus de sabó, val 9/10: $p(\text{estrella de cinema} \,/\, \text{sabó}) = 9/10$.

En canvi, el que diu l'anunci és que, suposant que som una estrella de cinema, la probabilitat d'usar aquest sabó és 9/10: $p(\text{sabó} \,/\, \text{estrella de cinema}) = 9/10$. Per tant, del fet d'utilitzar aquesta marca de sabó determinada, no en treim cap informació del nostro futur com a grans artistes. Un exemple més exagerat seria un anunci de l'estil: 9 de cada 10 dentistes consultats han recomanat aquesta pasta de dents concreta. I els que no han estat consultats, hi estarien d'acord? I com han triat els dentistes que han consultat?

En aquest escrit, parlaré d'un altre exemple de mal ús del càlcul de probabilitats, en aquest cas corresponent a un judici real, la causa judicial del Poble contra els Collins, celebrada a Califòrnia els anys seixanta. Vegem-ne els detalls.

Dia 18 de juny de 1964, una dona gran anava passejant per un carrer de l'àrea de San Pedro, a Los Angeles. Arrossegava un carro amb la compra, caminava amb l'ajut d'un bastó i, de cop, li varen envestir i va caure en terra. Quan va aconseguir aixecar-se, va comprovar que li havien pres la cartera, i va veure una dona jove que fugia corrents. La dona jove va ser descrita amb cabells rossos formant una cua i duguent quelcom negre. Un altre testimoni va veure que una dona amb aquesta descripció pujava a un cotxe groc conduït per un afroamericà amb barba i mostatxo. En resum, es varen establir sis característiques referents als criminals:

A: fugen en un automòbil parcialment groc

B: home amb mostatxo

C: dona amb coa de cavall

D: dona amb cabells rossos

E: afroamericà amb barba

F: parella interracial en cotxe

El matrimoni Collins satisfeia aquestes característiques, i el testimoni abans esmentat el va triar a ell en una roda de reconeixement, encara que amb certs dubtes perquè no duia barba. Així, després de diversos interrogatoris, els Collins varen ser acusats de l'atracament i, finalment, es va celebrar el judici.

Un moment donat, per reforçar la identificació dels culpables, el fiscal va cridar com a testimoni un expert en probabilitats, qui explicà al jurat la propietat del producte: si una col.lecció de successos són independents, aleshores la probabilitat de l'ocurrència simultània de tots els successos és el producte de les probabilitats individuals de cada succés.

Per tant, la probabilitat que passi l'anterior en una parella qualsevol de les N és

$$p(N_S = 1) = N \cdot p \cdot (1-p)^{N-1}$$

Ara, la probabilitat que estrictament més d'una parella satisfaci les sis característiques $A - F$ és

$$p(N_S > 1) = p(N_S \geq 1) - p(N_S = 1)$$

és a dir,

$$p(N_S > 1) = 1 - (1-p)^N - N \cdot p \cdot (1-p)^{N-1}$$

Finalment, sabent que com a mínim una parella satisfà $A - F$, la probabilitat que més d'una ho satisfaci és

$$p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{p(N_S > 1, N_S \geq 1)}{p(N_S \geq 1)} = \frac{p(N_S > 1)}{p(N_S \geq 1)}$$

i, afegint les probabilitats calculades anteriorment, obtenim

$$p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{1 - (1-p)^N - N \cdot p \cdot (1-p)^{N-1}}{1 - (1-p)^N}$$

Si ara agafam les dades de l'acusació, és a dir, $p = \dfrac{1}{12 \cdot 10^6}$, obtenim una probabilitat

$$p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{1 - (1 - \frac{1}{12\cdot 10^6})^N - N \cdot \frac{1}{12\cdot 10^6} \cdot (1 - \frac{1}{12\cdot 10^6})^{N-1}}{1 - (1 - \frac{1}{12\cdot 10^6})^N}$$

El problema aquí rau en com determinar N, el nombre total de parelles que poden haver estat vistes al lloc del robatori de San Pedro. Per cert que l'advocat va aprofitar aquest fet per deixar palesa una altra dificultat en l'ús de la teoria de les probabilitats per establir la identitat dels autors del crim. De totes formes, podem suposar que N és molt gran, que fàcilment superarà varis milions. De fet, si agafam $N = 12 \cdot 10^6$, resulta una probabilitat superior a 0.41.

En general, si agafam $p = \frac{1}{N}$, tenim

$$p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{1 - (1 - 1/N)^N - (1 - 1/N)^{N-1}}{1 - (1 - 1/N)^N}$$

i, si feim tendir N cap a infinit, resulta un límit

$$\lim_{N\to\infty} p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{1 - e^{-1} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} = \frac{e-2}{e-1} \approx 0.418$$

Aquest fet va conduir al tribunal a acceptar el recurs presentat, de manera que els Collins varen ser posats en llibertat.

Per acabar, facem un petit comentari a aquest cas; deixant de banda el fet que la probabilitat $\frac{1}{12\cdot 10^6}$ fos obtinguda de manera errònia (es va considerar independència on no n'hi havia), el raonament del fiscal en el judici és un exemple del que es coneix com fal.làcia de l'acusador. En aquest cas, l'error és confondre la probabilitat $(\frac{1}{12\cdot 10^6})$ que una parella satisfaci les sis característiques $A - F$ amb la probabilitat que la parella acusada, que les satisfà, sigui innocent. I és que, com hem vist abans, la probabilitat que com a mínim una parella satisfaci les sis característiques, dins d'un grup de N parelles, val $p(N_S \geq 1) = 1 - (1 - \frac{1}{12\cdot 10^6})^N$, que per a $N = 12 \cdot 10^6$ és de l'ordre de 0.63. I aquest valor és independent del fet que entre les N parelles hi hagi o no els vertaders culpables. Aquesta fal.làcia ha estat comesa més d'una vegada en la identificació dels culpables de delictes, generalment per error, ja que un ús deliberat podria conduir a sancions.

Per tant, la probabilitat que passi l'anterior en una parella qualsevol de les N és

$$p(N_S = 1) = N \cdot p \cdot (1-p)^{N-1}$$

Ara, la probabilitat que estrictament més d'una parella satisfaci les sis característiques $A - F$ és

$$p(N_S > 1) = p(N_S \geq 1) - p(N_S = 1)$$

és a dir,

$$p(N_S > 1) = 1 - (1-p)^N - N \cdot p \cdot (1-p)^{N-1}$$

Finalment, sabent que com a mínim una parella satisfà $A - F$, la probabilitat que més d'una ho satisfaci és

$$p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{p(N_S > 1, N_S \geq 1)}{p(N_S \geq 1)} = \frac{p(N_S > 1)}{p(N_S \geq 1)}$$

i, afegint les probabilitats calculades anteriorment, obtenim

$$p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{1 - (1-p)^N - N \cdot p \cdot (1-p)^{N-1}}{1 - (1-p)^N}$$

Si ara agafam les dades de l'acusació, és a dir, $p = \dfrac{1}{12 \cdot 10^6}$, obtenim una probabilitat

$$p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{1 - (1 - \frac{1}{12 \cdot 10^6})^N - N \cdot \frac{1}{12 \cdot 10^6} \cdot (1 - \frac{1}{12 \cdot 10^6})^{N-1}}{1 - (1 - \frac{1}{12 \cdot 10^6})^N}$$

El problema aquí rau en com determinar N, el nombre total de parelles que poden haver estat vistes al lloc del robatori de San Pedro. Per cert que l'advocat va aprofitar aquest fet per deixar palesa una altra dificultat en l'ús de la teoria de les probabilitats per establir la identitat dels autors del crim. De totes formes, podem suposar que N és molt gran, que fàcilment superarà varis milions. De fet, si agafam $N = 12 \cdot 10^6$, resulta una probabilitat superior a 0.41.

En general, si agafam $p = \frac{1}{N}$, tenim

$$p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{1 - (1 - 1/N)^N - (1 - 1/N)^{N-1}}{1 - (1 - 1/N)^N}$$

i, si feim tendir N cap a infinit, resulta un límit

$$\lim_{N \to \infty} p(N_S > 1/N_S \geq 1) = \frac{1 - e^{-1} - e^{-1}}{1 - e^{-1}} = \frac{e - 2}{e - 1} \approx 0.418$$

Aquest fet va conduir al tribunal a acceptar el recurs presentat, de manera que els Collins varen ser posats en llibertat.

Per acabar, facem un petit comentari a aquest cas; deixant de banda el fet que la probabilitat $\frac{1}{12 \cdot 10^6}$ fos obtinguda de manera errònia (es va considerar independència on no n'hi havia), el raonament del fiscal en el judici és un exemple del que es coneix com fal.làcia de l'acusador. En aquest cas, l'error és confondre la probabilitat $(\frac{1}{12 \cdot 10^6})$ que una parella satisfaci les sis característiques $A - F$ amb la probabilitat que la parella acusada, que les satisfà, sigui innocent. I és que, com hem vist abans, la probabilitat que com a mínim una parella satisfaci les sis característiques, dins d'un grup de N parelles, val $p(N_S \geq 1) = 1 - (1 - \frac{1}{12 \cdot 10^6})^N$, que per a $N = 12 \cdot 10^6$ és de l'ordre de 0.63. I aquest valor és independent del fet que entre les N parelles hi hagi o no els vertaders culpables. Aquesta fal.làcia ha estat comesa més d'una vegada en la identificació dels culpables de delictes, generalment per error, ja que un ús deliberat podria conduir a sancions.

1BIBLIOGRAFIA

DavidA.Sklansky: Evidence: Cases, Commentary, and Problems. WoltersKluwer, Aspen Publishers, 2008.